Penentuan Tarif Premi pada Asuransi Kendaraan dengan Besar Klaim Berdistribusi Eksponensial dan Gamma

Sulthan Izbik Riska Alfaridzi dan Agung Prabowo[1]
Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jenderal Soedirman
email: agung.prabowo@unsoed.ac.id[1]

ABSTRAK

Perhitungan tarif premi asuransi kendaraan dapat dilakukan dengan menggunakan model klaim agregat. Model klaim agregat terdiri dari kombinasi dua variabel acak yang saling bebas, yaitu jumlah klaim yang terjadi dan besarnya klaim dari setiap kejadian. Metode penelitian berupa studi pustaka dan studi kasus dengan menggunakan data sekunder berupa data jumlah klaim dan besar klaim yang dikumpulkan sejak Januari 2013 sampai dengan Desember 2019. Berdasarkan data yang terkumpul, terjadi sebanyak 802 kali klaim dengan klaim terkecil Rp50.000 dan yang terbesar Rp211.715.000. Pengujian hipotesis menunjukan bahwa data jumlah klaim berdistribusi Poisson, dan data besar klaim mengikuti dua jenis distribusi yaitu distribusi eksponensial dan gamma sehingga distribusi klaim agregatnya adalah kombinasi Poisson-Eksponensial dan Poisson-Gamma. Estimasi parameter untuk setiap distribusi dilakukan dengan metode momen dengan data sekunder yang tersedia. Penelitian ini menghasilkan kesimpulan yaitu penggunaan prinsip premi murni memberikan tarif premi yang sama pada kedua distribusi klaim agregat, sebesar Rp82.856,39 per bulan per orang. Sedangkan penggunaan prinsip nilai ekspektasi memberikan tarif premi untuk distribusi klaim agregat Poisson-Gamma 8,76 kali lebih besar dibandingkan dengan distribusi klaim agregat Poisson-Eksponensial, berturut-turut yaitu Rp1.920.019,55 per bulan dan Rp219.155,20 per bulan.

Kata kunci: distribusi jumlah klaim, distribusi besar klaim, distribusi klaim agregat, eksponensial, gamma, metode momen, prinsip premi murni, prinsip nilai ekspektasi, Poisson.

ABSTRACT

Calculation of vehicle insurance premium rates can be done using the aggregate claims model. The aggregate claims model consists of a combination of two independent random variables, namely the number of claims that occur and the amount of claims for each event. The research method is in the form of literature studies and case studies using secondary data in the form of data on the number of claims and the amount of claims collected from January 2013 to December 2019. Based on the data collected, there were 802 claims with the smallest claim being IDR 50,000 and the largest being IDR 211,715,000. Testing the hypothesis shows that the data on the number of claims has a Poisson distribution, and the amount of claims follows two types of distribution, namely the exponential and gamma distribution so that the aggregate claim distribution is a combination of Poisson-Exponential and Poisson-Gamma. Parameter estimation for each distribution is carried out by the moment method with available secondary data. This study concludes that the use of the pure premium principle provides the same premium rate for both distributions of aggregate claims, amounting to IDR 82,856.39 per month per person. While the use of the expected value principle provides a premium rate for the Poisson-Gamma aggregate claims distribution 8.76 times greater than the Poisson- Exponential aggregate claims distribution, namely IDR 1,920,019.55 per month and IDR 219,155.20 per month, respectively.

Keywords: *distribution of number of claims, distribution of claims size, distribution of aggregate claims, exponential, gamma, moment method, pure premium principle, expected value principle, Poisson.*

1. PENDAHULUAN

Pertumbuhan jumlah kendaraan bermotor di Indonesia dari waktu ke waktu semakin pesat. Hal ini dibarengi dengan terjadinya peningkatan risiko kerusakan dan kehilangan kendaraan. Oleh karena itu, perlu dilakukan suatu tindakan untuk mengurangi atau mengalihkan risiko, yaitu dengan asuransi.

Sebagai lembaga pengambil alih dan penerima risiko, perusahaan asuransi harus bisa mengantisipasi jika klaim-klaim yang terjadi mengakibatkan kerugian dan menyebabkan perusahaan mengalami kebangkrutan (Klugman dkk., 1998: 6). Menurut Dickson (2005: 38) dan Djuric (2013) kerugian perusahaan asuransi dapat diprediksi apabila perusahaan tersebut mengetahui karakteristik dari distribusi kerugian.

Pada asuransi kerugian, distribusi kerugian dimodelkan dengan model klaim agregat yang terdiri dari dua variabel yang independen, yaitu jumlah atau banyak klaim (*claim frequency*) yang terjadi per periode dan besar atau ukuran klaim (*claim severity*) dari setiap kejadian (Bowers dkk., 1997: 367; Manimaran dkk., 2014). Jumlah klaim adalah jumlah atau banyaknya pengajuan klaim yang dilakukan oleh pemegang polis selama periode kepesertaannya sebagai nasabah asuransi. Sedangkan besar klaim adalah besarnya pembayaran (santunan) yang dilakukan atau diberikan oleh perusahaan asuransi untuk menggantikan kerugian yang diklaim oleh pemegang polis.

Pada asuransi kerugian, model klaim agregat berguna untuk menentukan besar klaim yang harus dibayarkan oleh perusahaan asuransi kepada peserta asuransi (ganti rugi). Pada sisi lain juga dapat diketahui tarif premi yang harus dibayarkan oleh peserta asuransi. Untuk memperoleh tarif premi, data-data jumlah klaim dan besar klaim dimodelkan dalam bentuk distribusi tertentu. Distribusi jumlah klaim dimodelkan dengan distribusi diskrit, sedangkan besar klaim dimodelkan dengan distribusi kontinu non-negatif.

Selanjutnya, dengan menggunakan prinsip premi murni, tarif premi dihitung dengan cara mengalikan ekspektasi jumlah klaim dan ekspektasi besar klaim. Tarif premi yang dihasilkan merupakan tarif *netto*. Sedangkan penggunaan tiga prinsip lainnya dalam perhitungan tarif premi yaitu prinsip nilai ekspektasi, nilai variansi dan nilai standar deviasi, maka diperoleh premi bruto. Pada asuransi jiwa, premi *netto* diperoleh dengan prinsip ekuivalensi yang perhitungannya menggunakan tingkat suku bunga dan tabel mortalitas. Sedangkan premi bruto diperoleh dengan menambahkan/membebankan berbagai biaya pengelolaan kepada peserta asuransi. Besar premi yang dijual kepada peserta adalah premi bruto, baik pada asuransi kerugian maupun asuransi jiwa.

Asuransi kendaraan bermotor merupakan salah satu jenis asuransi umum (*general insurance*) atau asuransi kerugian (*loss insurance*). Penentuan harga premi pada asuransi umum dapat dilakukan dengan beberapa metode, seperti metode Bayes (Prabowo dkk., 2019). Metode Bayes juga digunakan oleh Fitriani dan Gunardi (2020) dalam kasus yang sama. Penggunaan metode Bayesian juga dilakukan oleh Gumilar (2019) untuk menaksir besar cadangan dana bagi asuransi kendaraan bermotor. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penggunaan metode Bayesian memberikan taksiran besar cadangan yang disediakan lebih besar dengan metode klasik. Pada kedua metode, kenaikan persentil menambah besar alokasi cadangan dana.

Mutaqin dan Safitri (2020) melakukan pemodelan klaim asuransi untuk kendaraan bermotor jenis *truck* dan *pick-up* menggunakan model komposit log-logistik-Generalized Pareto. Estimasi parameter dilakukan dengan metode kemungkinan maksimum melalui perhitungan numerik dengan metode Newton-Raphson.

Putra dkk. (2021) menggunakan *generalized linear models* (GLM) untuk menghitung besar premi dengan melibatkan penggunaan beberapa distribusi data tetapi terbatas pada keluarga distribusi eksponensial. Dalam penelitiannya tersebut, diketahui jumlah klaim dan besar klaim keduanya berdistribusi Tweedie. Besar premi murni dihitung sebagai hasil kali nilai ekspektasi bersyarat dari jumlah klaim dan besar klaim. Penggunaan metode GLM memberikan informasi tambahan bahwa jumlah anak, pendapatan per bulan, status pernikahan, pendidikan, pekerjaan, kepemilikan kendaraan, jenis kendaraan, dan besar pembayaran *bluebook* menjadi variabel-variabel yang mempengaruhi besar premi murni.

Dalam penelitiannya, Prabowo dkk. (2019) menggunakan distribusi Poisson untuk memodelkan data jumlah klaim. Hal yang sama dilakukan oleh Fitriani dan Gunardi (2020). Sedangkan distribusi yang digunakan untuk memodelkan data besar klaim adalah distribusi eksponensial (Fitriani dan Gunardi, 2020). Sementara itu, Prabowo dkk. (2019) menggunakan distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dengan 3 parameter.

Prabowo dkk. (2019) menggunakan data sekunder selama 5 tahun. Tarif premi dihitung dengan prinsip premi murni menghasilkan angka sebesar Rp3.831.480 per tahun per orang, dan jika tarif premi dihitung dengan prinsip nilai ekspektasi dan prinsip standar deviasi menghasilkan angka yang sama, yaitu Rp6.443.860 per tahun per orang. Sementara itu, Fitriani dan Gunardi (2020) menghitung premi untuk berbagai merk kendaraan. Hasil yang diperoleh adalah tarif premi asuransi kendaraan bermotor tertinggi dan terendah berturut-turut untuk kendaraan dengan merk Hino dan Honda.

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan tarif premi asuransi kendaraan yang harus dibayarkan oleh peserta atau pemegang polis (tertanggung) dengan cara mengestimasi parameter pada distribusi-distribusi yang membentuk klaim agregat (distribusi jumlah klaim dan besar klaim) menggunakan metode momen. Perhitungan premi dilakukan dengan prinsip premi murni dan prinsip nilai ekspektasi.

2. METODE PENELITIAN

Pembahasan asuransi kerugian pada Teori Risiko Aktuaria meliputi (1) model risiko individual dan agregat/kolektif jangka pendek, (2) model risiko agregat/kolektif jangka panjang, dan (3) aplikasi teori risiko. Pada penelitian ini, teori-teori statistika dan aktuaria yang digunakan ialah metode momen, model distribusi klaim agregat, dan prinsip-prinsip perhitungan premi yang diantaranya adalah prinsip premi murni dan prinsip nilai ekpektasi.

2.1 Model Klaim Individual dan Agregat Jangka Pendek

Dalam model risiko individual jangka pendek dengan n buah besar klaim individual, jumlah total (agregat) besar klaim individual disimbolkan dengan S dan dirumuskan sebagai (Bowers dkk., 1997; Nino and Paolo, 2010; Lumbanbatu, 2015):

$$S = X_1 + X_2 + \ldots + X_n \tag{1}$$

dengan X_i adalah peubah acak menyatakan besar kerugian (*loss*) yang terjadi pada unit asuransi (individu peserta asuransi) ke-i dan nilai n menunjukan banyaknya unit risiko (*risk unit*) yang diasuransikan (atau menyatakan banyaknya individu peserta asuransi). Pada umumnya, dinyatakan bahwa X_i adalah peubah acak yang saling bebas untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, n.$

Pada model untuk peubah acak besar klaim individual terdapat dua model yaitu $X = Ib$ dan $X = IB$, dengan I adalah peubah acak indikator, b menyatakan besar klaim yang nilainya konstan, dan B adalah peubah acak besar klaim.

Pada model $X = Ib$ diperoleh $E[X] = bq$ dan $Var(X) = b^2 q(1-q)$ dengan q adalah peluang sukses atau peluang terjadinya klaim. Dengan demikian, peubah acak X berdistribusi Bernoulli. Sedangkan untuk model $X = IB$ diperoleh $E[X] = \mu q$ dan $Var(X) = \mu^2 q(1-q) + \sigma^2 q$ dengan $\mu = E[B|I=1]$ dan $\sigma^2 = Var(B|I=1)$.

Hal yang penting untuk diketahui dalam model risiko ialah ukuran risiko yang dinyatakan dengan $E[S]$ dan $Var(S)$. Oleh karena itu perlu diketahui distribusi untuk peubah acak S dengan S diberikan pada persamaan (1). Bentuk distribusi dari peubah acak S dapat ditentukan dengan tiga buah metode. Ketiga metode tersebut masing-masing adalah konvolusi, fungsi pembangkit momen dan Teorema Limit Pusat (TLP). Dua metode yang pertama merupakan metode eksak dan Teorema Limit Pusat merupakan aproksimasi untuk peubah acak S (Bain dan Engelhardt, 1992).

Dalam hal hanya terdapat dua buah peubah acak X dan Y yang saling bebas dan identik, beberapa hasil berikut berlaku untuk $S = X + Y$, yaitu jika $X \sim Poi(\lambda_1)$ dan $Y \sim Poi(\lambda_2)$, maka $S \sim Poi(\lambda_1 + \lambda_2)$ serta jika $X \sim Gamma\ (\alpha_1, \beta)$ dan $Y \sim Gamma\ (\alpha_2, \beta)$, maka $S \sim Gamma\ (\alpha_1 + \alpha_2, \beta)$. Pembuktiannya dapat dilakukan baik dengan teknik konvolusi maupun fungsi pembangkit momen. Secara umum, dengan menggunakan TLP jika X_i saling bebas dan identik, maka berlaku

$$E[S] = \sum_{i=1}^{n} E[X_i] \text{ dan } Var(S) = \sum_{i=1}^{n} Var(X_i)$$

Salah satu aplikasi Torema Limit Pusat adalah untuk mencari nilai *premium loading factor* ψ. Misalnya, untuk perhitungan premi dengan prinsip nilai ekspektasi menggunakan taraf signifiknasi α, *premium loading factor* ditentukan sebagai berikut:

$$P(S < \Pi_S) = 1 - \alpha \tag{2}$$

Dengan menggunakan Teorema Limit Pusat,

$$P\left(\frac{S - E[S]}{\sqrt{Var(S)}} < \frac{\Pi_S - E[S]}{\sqrt{Var(S)}}\right) = 1 - \alpha \tag{3}$$

Berdasarkan tabel distribusi normal standar, untuk α = 0,05, maka nilai persentil ke-95 untuk *Z* adalah 1,645, sehingga dengan persamaan (3) diperoleh

$$\frac{\psi E[S]}{\sqrt{Var(S)}} = 1,645 \tag{4}$$

2.2 Model Klaim Agregat Jangka Panjang

Dari peubah acak jumlah klaim dan besar klaim dapat dibentuk model risiko kolektif pada persamaan (5)

p-ISSN: 2086-8588 | e-ISSN: 2746-3427

$$S = \sum_{i=1}^{N} X_i \tag{5}$$

dengan S peubah acak menyatakan peubah acak klaim agregat yang dihasilkan oleh portofolio dalam suatu periode. Asumsi-asumsi yang digunakan dalam model ini adalah (1) besar klaim X_i merupakan peubah acak non-negatif yang berdistribusi identik dan saling bebas, dan (2) peubah acak jumlah klaim N bersifat independen terhadap besar klaim X_i.

Nilai ekspektasi dan variansi dari model klaim agregat (5) dihitung dengan persamaan (6) dan (7) sebagai berikut (Bowers dkk., 1997: 368; Mohamed dkk., 2010; Riaman dkk., 2018):

$$E[S] = E[X]E[N] \tag{6}$$

$$Var(S) = E[N]Var(X) + (E[X])^2 Var(N) \tag{7}$$

2.3 Metode Momen

Salah satu cara untuk menentukan penaksiran/estimasi titik ialah dengan menggunakan metode momen. Dasar utama dari metode momen ialah menyamakan karakteristik sampel tertentu seperti rata-rata (mean) dan variansi dengan nilai-nilai yang bersesuaian pada populasi (Walpole dkk., 2011). Selanjutnya, persamaan yang dihasilkan diselesaikan untuk mendapatkan nilai estimasi parameter yang dicari.

Misalkan $X_1, X_2, ..., X_n$ adalah sampel acak dari populasi masing-masing dengan fungsi massa peluang $f(x)$. Momen populasi ke-k untuk sebaran $f(x)$ adalah $E\left[X^k\right]$; $k = 1, 2, 3, ...$ Selanjutnya, momen populasi ke-k adalah:

$$\mu_k = E\left[X^k\right] \tag{8}$$

Momen sampel ke-k dihitung dengan persamaan:

$$M_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^k \tag{9}$$

Dengan menyamakan (8) dan (9) diperoleh estimasi parameter yang dicari.

2.4 Prinsip Perhitungan Premi

Berikut ini akan dihitung besar premi yang ditagihkan perusahaan asuransi kepada pihak tertanggung. Besarnya premi ditentukan berdasarkan hasil estimasi model klaim agregat. Untuk menentukan nilai *premium loading factor* dari prinsip nilai ekspektasi, variansi, dan standar deviasi digunakan distribusi aproksimasi dari klaim agregat dengan Teorema Limit Pusat (Bowers dkk., 1997: 39; Sukono dkk., 2011; Sukono dkk., 2018).

2.4.1 Prinsip Premi Murni

Berdasarkan prinsip premi murni, perhitungan besar premi Π_S dapat dilakukan dengan persamaan (10).

$$\Pi_S = E[S]. \tag{10}$$

Misalkan $E[S] = 3860,67$ (dalam juta rupiah). Jika terdapat 1000 portofolio (peserta), maka berdasarkan persamaan (8), besar premi adalah:

$$\frac{\Pi_S}{1000} = \frac{E[S]}{1000} = 3,86067.$$

Jadi, besar premi yang dibayar oleh peserta kepada perusahaan asuransi untuk satu periode berdasarkan prinsip premi murni jika terdapat 1000 portofolio adalah sebesar Rp3.860.670 per orang. Penentuan besar premi juga dapat dilakukan dengan membagi Π_S oleh banyaknya klaim yang terjadi. Dalam hal ini banyaknya klaim yang terjadi lebih sedikit dibanding jumlah peserta asuransi. Artinya, ada peserta asuransi yang tidak mengajukan klaim selama periode kepesertaannya.

2.4.2 Prinsip Nilai Ekspektasi

Berdasarkan prinsip nilai ekspetasi, perhitungan besar premi Π_S dapat dilakukan dengan persamaan (11).

$$\Pi_S = (1+\psi)E[S]. \tag{11}$$

Selanjutnya, nilai *premium loading factor* untuk prinsip nilai ekspektasi jika nilai α = 0,05 ditentukan dengan persamaan (3) dan (11) sebagai berikut:

$$P(S < \Pi_S) = 0,95.$$

$$P\left(\frac{S - E[S]}{\sqrt{Var(S)}} < \frac{\Pi_S - E[S]}{\sqrt{Var(S)}}\right) = 0,95.$$

$$P\left(Z < \frac{\psi E[S]}{\sqrt{Var(S)}}\right) = 0,95.$$

Berdasarkan tabel distribusi normal standar, nilai persentil ke-95 untuk Z adalah 1,645, dan berdasarkan persamaan (4) dengan $E[S] = 3860,67$ dan $Var(S) = 27.938,904$ (dalam juta rupiah) diperoleh:

$$\psi = 1,645 \times \frac{\sqrt{27.938,904}}{3860,67} = 0,07122. \tag{12}$$

Dengan demikian jika terdapat 1000 portofolio maka berdasarkan persamaan (11) besar premi adalah:

$$\frac{\Pi_S}{1000} = \frac{(1+\psi)E[S]}{1000} = \frac{(1+0,07122)3860,67}{1000} = 4,1356.$$

Jadi, besar premi yang dibayar oleh konsumen kepada perusahaan asuransi untuk satu periode berdasarkan prinsip nilai ekspektasi jika terdapat 1000 portofolio dan α = 0,05 adalah Rp4.135.600 per orang per orang.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Data Penelitian

Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data asuransi kendaraan bermotor jenis mobil dari tahun 2013 sampai dengan 2019 yang diperoleh dari suatu perusahaan asuransi. Data klaim asuransi tersebut selanjutnya dibagi dua kelompok, yaitu data jumlah terjadinya klaim (banyak klaim) dan data besar nilai klaim (Tabel 1). Jumlah klaim menunjukkan banyaknya pengajuan klaim yang dilakukan oleh peserta asuransi (pemegang polis) pada masing-masing tahun (Chrisan, 2019). Sedangkan besar klaim menyatakan besarnya santunan

p-ISSN: 2086-8588 | e-ISSN: 2746-3427

yang diberikan oleh perusahaan asuransi kepada pemegang polis yang pengajuan klaimnya diterima (Chrisan dkk., 2019).

Data dikumpulkan dari bulan Januari 2013 selama 84 bulan sampai dengan Desember 2019. Sebagai gambaran, pada bulan Januari 2013 hanya terjadi klaim sebanyak 1 kali dengan besar klaim Rp1.070.648. Selanjutnya, terjadi 9 kali klaim pada bulan Februari 2013 dengan salah satu klaim sebesar Rp181.200.000. Demikian seterusnya sehingga banyaknya klaim selama tahun 2013 adalah jumlah dari banyaknya klaim yang terjadi sejak Januari 2013 sampai dengan Desember 2013. Besar klaim pada tahun 2013 diperoleh sebagai jumlahan dari besar klaim pada bulan Januari 2013 sampai dengan Desember 2013. Dengan cara yang sama, diperoleh data yang disediakan pada Tabel 1.

Tabel 1. Jumlah Klaim dan Besar Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor

Tahun	Jumlah Klaim	Besar Klaim (Rp)
2013	80	508.945.218,0
2014	98	400.622.304,0
2015	115	637.943.305,0
2016	80	403.043.129,0
2017	62	278.571.453,0
2018	195	2.129.200.020,0
2019	172	1.223.543.929,0
Total	802	5.581.869.358,0

Merujuk pada Tabel 1, terdapat sebanyak 802 kali pengajuan klaim selama periode penelitian sejak Januari 2013 sampai Desember 2019. Total keseluruhan besar klaim selama periode tersebut adalah Rp5.581.869.358. Jika total keseluruhan klaim dibagi dengan banyaknya klaim, maka rata-rata besar pengajuan klaim adalah Rp6.959.936,86. Klaim terbesar yang diajukan selama periode Januari 2013 sampai dengan Desember 2019 adalah Rp211.715.000 dengan klaim terkecil Rp.50.000.

3.2 Langkah Penelitian

Penelitian ini menggunakan metodologi dengan cara menggabungkan studi pustaka disertai penggunaan data sekunder. Untuk perhitungan besar premi dikerjakan dengan menggunakan prinsip premi murni dan prinsip nilai ekspektasi. Pengolahan data menggunakan bantuan *software* statistika yang bertujuan untuk menentukan distribusi pada data jumlah klaim dan besar klaim. Berdasarkan hasil pengolahan data maka dapat diketahui distribusi untuk data jumlah klaim dan data besar klaim.

Selanjutnya, dilakukan estimasi parameter dari data jumlah klaim dan besar klaim. Perhitungan nilai estimasi parameter dikerjakan dengan menggunakan metode momen. Nilai estimasi parameter yang telah diperoleh digunakan untuk menentukan nilai ekspektasi dan variansi distribusi jumlah klaim dan besar klaim.

Berdasarkan nilai ekspektasi dan variansi dari masing-masing distribusi jumlah klaim dan besar klaim, ditentukan nilai ekspektasi dan variansi dari distribusi klaim agregat. Perhitungan besar premi dilakukan dengan prinsip premi murni dan prinsip nilai ekspketasi. Penentuan besar premi dengan prinsip nilai ekspektasi menggunakan Teorema Limit Pusat untuk menentukan besaran *premium loading factor* atau *relative security loading* ψ. Perhitungan ini membutuhkan pendekatan distribusi normal standar.

Langkah terakhir adalah, menentukan besar premi asuransi mobil perbulan yang dibebankan kepada setiap peserta. Cara yang dilakukan adalah dengan cara membagi masing-masing hasil perhitungan besar premi menggunakan prinsip premi murni dan prinsip nilai ekspektasi dengan banyaknya klaim yang terjadi selama periode penelitian. Asumsi yang digunakan adalah tidak semua peserta asuransi mengajukan klaim sehingga besar premi yang diterima akan melebihi besar premi hasil perhitungan dengan kedua prinsip tersebut.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Model Distribusi Jumlah Klaim

Pada bagian ini dibahas tentang bentuk distribusi untuk jumlah klaim dan distribusi untuk besar klaim. Penentuan distribusi yang tepat untuk data yang tersedia dilakukan dengan uji hipotesis menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dan uji Anderson-Darling. Pengujiannya dilakukan dengan menggunakan *software* statistika.

Penentuan bentuk distribusi untuk jumlah klaim N dilakukan dengan uji Kolmogorv-Smirnov (Rillifa dan Aceng, 2021). Rumusan uji hipotesis dengan uji Kolmogrov-Smirnov adalah:

H_0 : jumlah klaim berdistribusi Poisson

H_1 : jumlah klaim tidak mengikuti distribusi Poisson

Hipotesis nol diterima apabila nilai *assymptotic significance* (*p-value*) lebih besar dari nilai α. Pengolahan data dilakukan dengan menggunakan *software* statistika dan diperoleh nilai *assymptotic significance* untuk distribusi jumlah klaim bernilai sebesar 0,054. Oleh karena nilai *assymptotic significance* = 0,054 > α = 0,05, maka H_0 tidak ditolak. Hasil uji Kolmogorov-Smirnov menyatakan bahwa jumlah klaim mengikuti distribusi Poisson.

Untuk mengestimasi nilai parameter distribusi Poisson digunakan metode momen. Momen pertama dihitung dengan persamaan (9) yang disesuaikan dan diperoleh

$$M_1 = \frac{1}{12}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i = \frac{1}{12\times 7}\left(80+98+115+80+62+195+172\right) = 9,55.$$

Ekspektasi untuk peubah acak X yang berdistribusi Poisson dengan parameter λ adalah $E\left[X\right]=\lambda$ sehingga berdasarkan metode momen estimasi untuk parameter λ adalah $\hat{\lambda}$ yaitu $\hat{\lambda} = M_1 = 9,55.$

4.2 Model Distribusi Besar Klaim

Penentuan bentuk distribusi besar kalim X dilakukan dengan uji Anderson-Darling. Asumsi untuk distribusi besar klaim yang diuji adalah besar klaim mengikuti distribusi lognormal. eksponensial, Weibull dan gamma. Hasil pengujian berupa *output* dari pengolahan data tersedia pada Gambar 1.

Berdasarkan *output* hasil pehitungan pada Gambar 2, *p-value* dari semua distribusi lebih besar dari nilai α = 0,05. Kesimpulan hasil uji hipotesis menujukkan bahwa distribusi data besar klaim adalah lognormal, eksponensial, Weibull, dan gamma. Dalam penelitian ini bentuk distibusi besar klaim yang akan digunakan adalah distribusi eksponensial dan gamma.

Descriptive Statistics

N	N*	Mean	StDev	Median	Minimum	Maximum	Skewness	Kurtosis
7	0	797408623	664086162	508945218	278571453	2129200020	1,71135	2,53706

Goodness of Fit Test

Distribution	AD	P
Lognormal	0,340	0,379
Exponential	0,603	0,318
Weibull	0,496	0,195
Gamma	0,500	0,229

Gambar 1. *Output* Hasil Perhitungan Data Besar Klaim Menggunakan *Software*

Untuk mengestimasi nilai dari parameter-parameter pada distribusi Eksponensial dan gamma digunakan metode momen. Estimasi parameter θ untuk distribusi eksponensial adalah

$$\hat{\theta} = M_1 = \frac{1}{802}\left(508.945.218 + 400.622.304 + ... + 1.222.543.929\right) = 6.959.936{,}855.$$

Estimasi parameter α dan β pada distribusi gamma dilakukan dengan menghitung momen pertama dan kedua menggunakan persamaan (9). Hasil perhitungan untuk momen pertama dan kedua berturut-turut adalah:

$$M_1 = \frac{1}{802}\sum_{i=1}^{n} X_i = \frac{1}{802}\left(508.945.218 + 400.622.304 + ... + 1.222.543.929\right) = 6.959.936{,}855.$$

$$M_2 = \frac{1}{802}\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = \frac{1}{802}\left(508.945.218^2 + 400.622.304^2 + ... + 1.222.543.929^2\right) = 8{,}8492 \times 10^{15}.$$

Berdasarkan metode momen, estimasi untuk kedua parameter distribusi gamma adalah

$$\hat{\alpha} = \frac{M_1^2}{M_2 - M_1^2} = 0{,}005504125 \text{ dan } \hat{\beta} = \frac{M_2 - M_1^2}{M_1} = 1.264.494.653.$$

Hasil estimasi parameter untuk distribusi banyak klaim dan besar klaim ditampilkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil estimasi parameter dengan menggunakan metode momen.

Distribusi	Parameter	Nilai
Poisson	λ	9,55
Eksponensial	θ	6.959.936,86
Gamma	α	0,005504125
	β	1.264.494.653,00

4.3 Estimasi Model Klaim Agregat

Berdasarkan hasil dari perhitungan dengan menggunakan metode momen, dapat disimpulkan bahwa jumlah klaim berdistribusi Poisson dengan parameter λ = 9,55 sedangkan besar klaim berdistribusi eksponensial dengan parameter θ = 6.959.936,86 dan besar klaim juga berdistribusi Gamma dengan parameter α = 0,005504125, β = 1.264.494.653.

Nilai ekspektasi dan variansi dari distribusi Poisson adalah (Bain dan Engelhardt, 1992: 104) adalah

$$E[X] = \lambda = 9{,}55$$

$$Var(X) = \lambda = 9{,}55$$

Nilai ekspetasi dan variansi distribusi eksponensial adalah

$$E[N] = \theta = 6.959.936,86$$

$$Var(N) = \theta^2 = 4,84407 \times 10^{13}.$$

Nilai Ekspetasi dan variansi Distribusi Gamma adalah

$$E[N] = \alpha\beta = 6.595.936,86$$

$$Var(N) = \alpha\beta^2 = 8,8008 \times 10^{15}$$

Berdasarkan Persamaan (6) dan (7), nilai ekspektasi dan variansi dari model klaim agregat untuk distribusi Poisson dan distribusi eksponensial adalah

$$E[S] = 9,55 \times 6.595.936,86 = 66.450.825,69$$

$$Var(S) = (6.595.936,86 \times 9,55) + (9,55^2 \times 4,84407 \times 10^{13}) = 4,41571 \times 10^{15}$$

Sedangkan nilai ekspektasi dan variansi untuk distribusi Poisson dan gamma adalah

$$E[S] = 9,55 \times 6.595.936,86 = 66.450.825,69$$

$$Var(S) = (6.595.936,86 \times 9,55) + (9,55^2 \times 8,8008 \times 10^{15}) = 8,02255 \times 10^{17}$$

dengan $E[S]$ merupakan rata-rata (mean) besar kerugian yang diterima perusahaan asuransi setiap bulan, dan $Var(S)$ merupakan ukuran sebaran kerugian yang diterima perusahaan asuransi setiap bulan. Hasil-hasil yang dicapai pada sub-bab 4.3 diringkaskan pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai Ekspektasi dan Variansi untuk Distribusi Jumlah Klaim, Besar Klaim dan Klaim Agregat

Ukuran Statistik	Distribusi Jumlah Klaim	Distribusi Besar Klaim		Distribusi Klaim Agregat	
	Poisson	Eksponensial	Gamma	Poisson Eksponensial	Poisson Gamma
Ekspektasi	9,55	6.959.936,86	6.959.936,855	66.450.825,69	66.450.825,69
Variansi	9,55	$4,84407 \times 10^{13}$	$8,8008 \times 10^{15}$	$4,41571 \times 10^{15}$	$8,02255 \times 10^{17}$

4.4 Perhitungan Premi

Dalam penelitian ini, perhitungan premi dilakukan berdasarkan pada dua prinsip yaitu prinsip premi murni dan prinsip nilai ekspektasi. Perhitungan premi berdasarkan prinsip premi murni dapat diselesaikan dengan Persamaan (10) (Dickson, 2005: 39), sehingga besar premi adalah

$$\Pi_S = E[S] = 66.450.825,69$$

Hasil perhitungan tersebut berlaku baik untuk distribusi klaim agregat Poisson-Eksponensial maupun Poisson-Gamma.

Dengan aproksimasi terhadap klaim agregat, nilai *premium loading factor* ψ dihitung menggunakan persamaan (12). Berdasarkan tabel distribusi normal standar, pada tingkat signifiknasi $\alpha = 0,05$ diperoleh nilai persentil ke-95 untuk Z adalah 1,645. Untuk distribusi klaim agregat Poisson-Eksponensial dengan $E[S] = 66.450.825,69$ dan $Var(S) = 4,41571 \times 10^{15}$ diperoleh:

$$\psi = 1,645 \times \frac{\sqrt{4,41571 \times 10^{15}}}{66.450.825,69} = 1,645.$$

p-ISSN: 2086-8588 | e-ISSN: 2746-3427

Sedangkan untuk distribusi klaim agregat Poisson-Gamma dengan $E[S]=66.450.825,69$ dan $Var(S)=8,02255\times10^{17}$ diperoleh:

$$\psi=1,645\times\frac{\sqrt{8,02255\times10^{17}}}{66.450.825,69}=22,17286.$$

Dickson (2005: 40) memberikan prinsip perhitungan premi pada Persamaan (11), Berdasarkan prinsip nilai ekspektasi dapat diselesaikan dengan Persamaan (11) sehingga besar premi untuk distribusi klaim agregat Poisson-Eksponensial dan Poisson-Gamma berturut-turut adalah:

$$\Pi_S=66.450.825,69+(1,645\times66.450.825,69)=175.762.433,95$$

$$\Pi_S=66.450.825,69+(22,17286\times66.450.825,69)=1.539.855.680,60$$

Hasil perhitungan premi dengan menggunakan persamaan (10) terdapat pada Tabel 3. Nilai *premium loading factor* (ψ) dan besar premi per orang yang ditanggung oleh pengguna asuransi berdasarkan prinsip premi murni dan prinsip nilai ekspektasi jika terdapat 100 portofolio diberikan pada Tabel 3. Angka-angka yang terdapat pada Tabel 3 diperoleh dari Persamaan (10). Untuk besar premi dengan prinsip premi murni dihitung tanpa melibatkan *premium loading factor* sehingga pada Tabel 4 tidak ada nilai *premium loading factor.*

Penelitian ini menggunakan data total banyaknya klaim yang terjadi selama periode penelitian sejak Januari 2013 sampai dengan Desember 2019 sebanyak 802 klaim. Besar klaim pada Tabel 4 kolom (4) merupakan perhitungan yang dilakukan per bulan sehingga jika dibagi dengan 802 akan diperoleh besar klaim per orang per bulan (kolom (5) dengan satu asterik). Tarif premi per orang per tahun merupakan perkalian besar premi per orang per bulan dengan 12.

Tabel 4. Nilai *Premium Loading Factor* dan Besar Premi Per Orang

Distribusi Klaim Agregat	**Prinsip Perhitungan Premi**	***Premium loading factor*** ψ	**Besar premi (Rp)**	**Besar premi per orang per bulan*) per tahun**) (Rp)**
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Poisson dan Eksponensial	Prinsip Premi Murni	-	66.450.825,69	82.856,39*) 994.276,69**)
	Prinsip Nilai Ekspektasi	1,64500	175.762.433,95	219.155,20*) 2.629.861,86**)
Poissson dan Gamma	Prinsip Premi Murni	-	66.450.825,69	82.856,39*) 994.276,69**)
	Prinsip Nilai Ekspektasi	22,17286	1.539.855.680,60	1.920.019,55*) 23.040.234,62**)

Sebagai catatan, perhitungan besar premi per bulan atau per tahun dilakukan dengan membagi besar premi pada kolom (4) dengan banyaknya klaim yang terjadi yaitu 802 buah klaim. Pada pelaksanaannya, jumlah peserta asuransi akan melebih banyaknya klaim yang terjadi sehingga jika besar premi pada kolom (4) dibagi dengan banyaknya peserta maka besar premi akan lebih kecil. Hal ini akan memberatkan perusahaan sehingga langkah paling bijak adalah mengasumsikan bahwa semua premi yang diterima habis untuk membayar klaim. Dengan demikian, besar premi pada kolom (4) haruslah dibagi dengan banykanya klaim yang terjadi, yaitu 802 buah klaim.

Hasil perhitungan memperlihatkan bahwa penggunaan metode momen memberikan besar premi yang sama untuk distribusi klaim agregat Poisson-Eksponensial dan Poisson-Gamma jika premi dihitung dengan prinsip premi murni, yaitu sebesar Rp82.856,39 per bulan atau Rp994.276,69 per tahun.. Sedangkan penggunaan prinsip nilai ekspektasi memberikan hasil yang sangat berbeda, meskipun estimasi parameter tetap menggunakan metode momen. Pada perhitungan dengan prinsip nilai ekspektasi, besar premi untuk distribusi klaim agregat Poisson-Gamma adalah Rp1.920.019,55 per bulan atau 8,76 kali lebih tinggi dibanding Poisson-Eksponensial yang nilainya Rp219.155,20 per bulan.

5. KESIMPULAN

Penelitian ini menghasilkan kesimpulan bahwa data banyaknya klaim mengikuti distribusi Poisson, sedangkan data besar klaim berdistribusi eksponensial dan gamma. Akibatnya, distribusi untuk klaim agregat adalah Poisson-Eksponensial dan Poisson-Gamma. Parameter-parameter pada distribusi Poisson, Eskponensial dan Gamma diestimasi berdasarkan data yang dikumpulkan sejak Januari 2013 sampai dengan Desember 2019. Metode yang digunakan untuk estimasi parameter adalah metode momen. Penggunaan prinsip premi murni memberikan besar premi yang sama pada kedua distribusi klaim agregat yang terbentuk. Sedangkan penggunaan prinsip nilai ekspektasi memberikan besar premi untuk distribusi klaim agregat Poisson-Gamma 8,76 kali lebih besar dibanding Poisson-Eksponensial. Hasil penghitungan premi ini dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan oleh perusahaan asuransi dalam mengelola dana cadangan asuransi kendaraan bermotor.

DAFTAR PUSTAKA

Bain, L.J., dan Engelhardt, M. (1992). *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Edisi Kedua. California: Duxbury Press.

Bowers, Jr. N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A., dan Nesbitt, C.J. (1997). *Actuarial Mathematics.* Edisi Kedua. Illinois: The Society of Actuaries.

Chrisan, K.W., Altien, J.R., dan Tohap, M. (2019). Model Distribusi Data Klaim Asuransi Mobil untuk Menentukan Premi Murni. *d'Cartesian, Jurnal Matematika dan Aplikasi*, Vol. 8, No. 2, 108-113.

Dickson, D.C.M. (2005). *Insurance Risk and Ruin*. Cambridge: Cambridge University Press.

Djuric, Z. (2013). Collective Risk Model in Non-Life Insurance. *Economic Horizons*, Vol. 15, No. 2, 167-175.

Fitriani, R. dan Gunardi (2020). Implementasi Metode Bayes pada Penghitungan Premi Asuransi Kendaraan Bermotor. *Journal of Fundamental Mathematics and Application*, Vol. 3, No. 2, 112-123.

Gumilar, I. R. (2019). Penaksiran Cadangan Dana pada Asuransi Kendaraan Bermotor Melalui Pendekatan Bayesian; Model Banyaknya Klaim: Poisson-Gamma dan Model Ganti Rugi: Lognormal-InversChi-square- Normal. *Jurnal Wacana Ekonomi*, Vol. 18, No. 2, 109-120.

Klugman, S.A., Panjer, H.H., dan Willmot, G.E. (1998). *Loss Models: From Data to Decisions.* New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Lumbanbatu, R.M. (2015). Modeling Insurance Claims Using a Compound Distribution. *International Journal of Science and Research*, Vol. 10, No. 3, 1505-1516.

Manimaran, R., Balakrihnan, V., and Narayanan, V. (2014). A Collective Risk Theory in Reinsurance. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics*, Vol. 2, No. 1, 151-153.

Mohamed, M.A., Razali, A.M. and Ismail, N. (2010). Approximation Aggregate Loss Using Simulation. *Journal of Mathematics and Statistics*, Vol. 6, No. 3, 233-239.

Mutaqin, A. K. dan Safitri, R. P. (2020). Pemodelan Besar Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor Indonesia Menggunakan Model Komposit Log-Logistik-Generalized Pareto. *Statistika*, Vol. 20, No. 2, 101-107.

Nino, S. and Paolo, C.G. (2010). A Collective Risk Model for Claim Reserve Distribution. *Proceeding of the 29th International Congress of Actuaries – ICA 2010*, Cape Town, March 7-12, 2010, pp. 1-22.

Prabowo, A., Mamat, M. Sukono, and Taufiq, A.A. (2019). Pricing of Premium for Automibile Insurance using Bayesian Method. *International Journal of Recent Technology and Engineering*, Vol. 8, No. 3, 6226-6229.

Putra, T. A. J., Lesmana, D. C., dan Purnaba, I. G. P. (2021). Penghitungan Premi Asuransi Kendaraan Bermotor Menggunakan Generalized Linear Models dengan Distribusi Tweedie. *Jambura Journal of Mathematics*, Vol. 3, No. 2, 115-127.

Riaman, Sukono, Susanti, D., Marbun, E. and Bon, A.T.B. (2018). Net Premium Estimation by Using Forward Selection Linear Model for Motor Vehicle Insurance. *Proceeding of the International Conference on Industrial Enginering dan Operation Management* (IEOM), Bandung Indonsia, March 6-8, 2018, pp. 2711-2717.

Rillifa, I.A., dan Aceng, K.M. 2021. Perhitungan Premi Murni pada Sistem Bonus Malus untuk Frekuensi Klaim Berdistribusi Binomial Negatif dan Besar Klaim Berdistribusi Weibull pada Data Asuransi Kendaraan Bermotor di Indonesia. *Jurnal Gaussian*, Vol. 10, No. 2, 171-179.

Sukono, Nahar, J., Mamat, M., Putri, F.T., and Supian, S. (2017). Estimation of Outstanding Claims Reserving Based on Inflation Risk on Car Insurance Companies by Using the Bootstrap Method. *Far East Journal of Mathematical Sciences*, Vol. 102, No. 4, 687-706.

Sukono, Riaman, Lesmana, E., Wulandari, R., Napitupulu, H., and Supain, S. (2018). Model Estimation of Claim Risk and Premium of Motor Vehicle Insurance Using Bayesian Method. *IOP Conf. Series: Material Science and Engineering*, 300(2018): 012027.

Walpole, R.E., Myers, R.H., Myers, S.L., dan Ye, K. 2011. *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*. Boston: Pearson Education.