p-ISSN: 2086-8588 | e-ISSN: 2746-3427

PENERAPAN METODE MULTIVARIATE CREDIBILITY BONUS MALUS PREMIUM PADA DATA ASURANSI KENDARAAN BERMOTOR DI INDONESIA

Sinta Asanah*[1], Aceng Komarudin Mutaqin[2]
[1,2]Program Studi Statistika, Fakultas MIPA, Universitas Islam Bandung
sanahimau@gmail.com[1] , aceng.k.mutaqin@gmail.com[2]

ABSTRAK

Pada penelitian ini akan dibahas mengenai perhitungan premi berdasarkan sistem bonus malus dengan metode *multivariate credibility bonus malus premium* menggunakan model trivariat yang membedakan besar klaim menjadi tiga jenis klaim yaitu besar klaim yang tinggi, besar klaim yang sedang, dan besar klaim yang rendah. Parameter model trivariat ditaksir menggunakan metode penaksiran kemungkinan maksimum. Distribusi untuk frekuensi klaim adalah distribusi binomial negatif dengan distribusi dasarnya yaitu distribusi Poisson. Sedangkan, penjumlahan kategori besar klaim untuk satu polis dimodelkan oleh distribusi binomial. Berdasarkan metode penaksiran kemungkinan maksimum, diperoleh nilai taksiran distribusi trivariat yaitu $\hat{\alpha} = 1{,}6095$, $\hat{\beta} = 4{,}3985$, $\hat{\alpha}_1 = 1{,}4614$, $\hat{\beta}_1 = 4{,}5272$, $\hat{\alpha}_2 = 1{,}4998$, dan $\hat{\beta}_2 = 1{,}4253$. Nilai taksiran parameter tersebut digunakan untuk menghitung premi dan diperoleh nilai premi yaitu semakin banyak jumlah klaim yang diajukan seorang pemegang polis, maka akan semakin besar premi yang harus dibayarkan oleh pemegang polis tersebut. Selain itu, semakin meningkat kategori besar klaimnya, maka premi yang harus dibayar pemegang polis akan semakin besar.

Kata Kunci: Besar Klaim; Distribusi Binomial Negatif; Metode Penaksiran Kemungkinan Maksimum; Premi; Sistem Bonus Malus

ABSTRACT

This study will discuss the premium calculation based on the bonus malus system using the multivariate credibility bonus malus premium method using the trivariate model which differentiates claim size into three types of claims, namely high claim size, moderate claim size, and low claim size. The parameters of the trivariate model were estimated using the maximum likelihood estimation method. The distribution for the frequency of claims is the negative binomial distribution with the basic distribution being the Poisson distribution. Meanwhile, the sum of major categories of claims for one policy is modeled by the binomial distribution. Based on the maximum likelihood estimation method, the estimated values of the trivariate distribution are $\hat{\alpha} = 1{,}6095$, $\hat{\beta} = 4{,}3985$, $\hat{\alpha}_1 = 1{,}4614$, $\hat{\beta}_1 = 4{,}5272$, $\hat{\alpha}_2 = 1{,}4998$, and $\hat{\beta}_2 = 1{,}4253$*. The estimated value of these parameters is used to calculate the premium and the premium value is obtained, namely the more the number of claims submitted by a policyholder, the greater the premium that must be paid by the policyholder. In addition, the greater the category of claims, the greater the premium to be paid by policyholders.*

Keywords: *Bonus Malus System; Claim Size; Maximum Likelihood Estimation; Negative Binomial; Premium*

1. PENDAHULUAN

Dalam pembayaran sejumlah uang atau premi untuk produk asuransi kendaraan bermotor, dapat ditentukan menggunakan sistem bonus malus. Sistem bonus malus adalah sistem penetapan harga untuk asuransi kendaraan, dimana dalam sistem ini premi peserta asuransi dapat didiskontokan atau dikenakan sanksi berdasarkan pengalaman klaimnya sendiri. Sehingga, besaran premi mengikuti aturan transisi yang mengklasifikasikan pemegang polis atau peserta asuransi sebagai bonus atau malus. Dengan kata lain, premi yang harus dibayarkan pada periode selanjutnya menurun, dikatakan sebagai bonus dan premi yang harus dibayarkan pada periode selanjutnya naik, dikatakan sebagai malus. Premi menurun apabila pada periode sebelumnya peserta asuransi tidak mengajukan klaim, dan premi naik apabila pada periode sebelumnya peserta mengajukan klaim.

Dalam sistem bonus malus, premi biasanya dihitung dengan menggunakan variabel acak dari jumlah klaim. Namun, tidak semua kejadian menghasilkan jumlah klaim individu yang sama. Dengan demikian, pemegang polis atau peserta asuransi yang telah menyatakan klaim yang mengakibatkan kerugian relatif kecil akan dikenakan sanksi yang sama dengan pemegang polis yang telah menyatakan klaim yang lebih mahal. Tentu saja hal ini dipandang tidak adil oleh banyak pemegang polis atau peserta asuransi. Sehingga, untuk menentukan premi yang adil yang harus dibayar pemegang polis dapat memperhitungkan berdasarkan dua variabel acak yaitu jumlah klaim dan tingkat keparahan atau besar klaim (Lemaire 2004). Selain itu, terdapat hasil empiris yang menunjukan bahwa banyak portofolio asuransi mobil yang menunjukan korelasi positif antara jumlah klaim dan besar klaim (Mert and Saykan 2005). Oleh karena itu, asumsi kedua variabel tersebut yang bergantungan harus dipertimbangkan dalam perhitungan premi bonus malus.

Pada penelitian (Adisti and Mutaqin 2021), disebutkan bahwa komponen dari frekuensi klaim dengan menggunakan distribusi binomial negatif dapat menggunakan distribusi campuran dari distribusi Poisson dan distribusi gamma. Sedangkan dalam sistem bonus malus yang didasarkan pada data frekuensi klaim dan data besar klaim, selain distribusi untuk frekuensi klaim yang disebutkan di atas, besar klaim dimodelkan oleh distribusi Pareto, atau Weibull.

(Gómez-Déniz and Calderín-Ojeda 2018), membahas model trivariat yang membedakan besar klaim menjadi tiga jenis klaim yaitu besar klaim yang berada di atas, besar klaim yang berada diantara, dan besar klaim yang berada di bawah batas tertentu. Model ini mengimplementasikan dua variabel acak mendasar, yaitu frekuensi klaim serta besar klaim. Selain itu, metode penaksir parameter yang digunakan dalam penelitiannya yaitu metode penaksir kemungkinan maksimum dimana distribusi untuk frekuensi klaim adalah distribusi binomial negatif dengan distribusi dasarnya yaitu distribusi Poisson dan distribusi untuk besar klaim yaitu distribusi gamma dan distribusi beta. Metode dalam perhitungan preminya disebut sebagai metode multivariate credibility bonus malus premium yang merupakan kelanjutan dari metode bivariate credibility bonus malus premium. Oleh karena itu, dalam penelitian ini metode multivariate credibility bonus malus premium akan diaplikasikan untuk menghitung premi asuransi kendaraan bermotor di Indonesia.

2. LANDASAN TEORI

2.1 Asumsi Distribusi Dasar

Perhitungan premi bonus malus dihitung berdasarkan data frekuensi klaim dan data besar klaim. Dimana frekuensi klaim berdistribusi Poisson dengan parameter $\theta > 0$, dengan fungsi densitas sebagai berikut:

$$f(x|\theta) = \frac{e^{-\theta}\,\theta^{x}}{x!}, \qquad x = 0,1,2,3,\dots \tag{1}$$

Ketika pemegang polis ke-i mengajukan klaim x_i, misalkan ukuran klaim $y_i \geq 0$. Untuk membedakan antara berbagai jenis klaim, nilai y_i dapat dimasukkan ke dalam model dengan memasukkan peubah acak yang membaginya menjadi tiga sub-kejadian terpisah sebagai berikut:

p-ISSN: 2086-8588 | e-ISSN: 2746-3427

$$Z_i^0 = \begin{cases} 1, & y_i \le \varphi_1 \\ 0, & \text{lainnya,} \end{cases} \qquad Z_i^1 = \begin{cases} 1, & \varphi_1 < y_i \le \varphi_2 \\ 0, & \text{lainnya,} \end{cases} \qquad Z_i^2 = \begin{cases} 1, & \varphi_2 < y_i \\ 0, & \text{lainnya,} \end{cases}$$

dimana φ_1 dan $\varphi_2, \in \mathbb{R}^+$ dengan $\varphi_2 > \varphi_1$.

$Z_i^j, j = 0,1,2$ dimodelkan sebagai variabel acak independen dan terdistribusi identik dengan distribusi Bernoulli. Diasumsikan bahwa $Z_1 = \Sigma_{i=0}^{x} Z_i^1$ adalah jumlah total klaim dengan ukuran klaim antara $\varphi_1 > 0$ dan $\varphi_2 > 0$ dan $Z_2 = \Sigma_{i=1}^{x-z_1} Z_i^2$ adalah jumlah total klaim dengan ukuran klaim lebih besar dari φ_2. Jadi, jika $z_i^j, i = 1, \dots, x, j = 1,2$, diasumsikan saling bebas, maka fungsi peluang bersyarat dari Z_1 adalah binomial dengan parameter x dan p_1 dan fungsi peluang bersyarat dari Z_2 juga binomial dengan parameter $x - z_1$ dan p_2.

Dengan demikian, fungsi peluang gabungan dari variabel acak (X, Z_1, Z_2) adalah sebagai berikut:

$$f(x, z_1, z_2|\theta, p_1, p_2) = \frac{(\theta q_1 q_2)^x \exp(-\theta)}{z_1!\, z_2!\, (x - z_1 - z_2)!} \left(\frac{p_1}{q_1 q_2}\right)^{z_1} \left(\frac{p_2}{q_2}\right)^{z_2}, \tag{2}$$

untuk $x = 0,1, \dots, z_1 = 0,1, \dots, x, z_2 = 0,1, \dots, x - z_1, q_i = 1 - p_i, i = 1,2$.

2.2 Model Bayesian

Model Bayesian mengasumsikan bahwa model mencakup tingkat heterogenitas tertentu dan memungkinkan parameter θ, p_1 dan p_2 untuk bervariasi di antara tertanggung. Dalam hal ini, peubah acak θ mengikuti distribusi gamma dengan parameter $\alpha > 0$ dan parameter skala $\beta > 0$ dengan fungsi densitas peluang seperti berikut:

$$\pi(\theta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \theta^{\alpha-1} \exp(-\beta\theta), \theta > 0 \tag{3}$$

Parameter p_i diasumsikan mengikuti distribusi beta dengan parameter $\alpha_i > 0$ dan $\beta_i > 0$ dimana $i = 1,2$ dan fungsi densitas peluang seperti berikut:

$$\pi_i(p_i) = \frac{1}{\mathrm{B}(\alpha_i, \beta_i)} {p_i}^{\alpha_i - 1} {q_i}^{\beta_i - 1}, 0 < p_i < 1 \tag{4}$$

dimana $B(a, b)$ adalah fungsi beta yang diberikan oleh $B(a, b) = \Gamma(a)\Gamma(b)/\Gamma(a + b)$ dan $\Gamma(\cdot)$ adalah fungsi gamma.

Jika diasumsikan independensi antara variabel acak θ, p_1 dan p_2, maka distribusi prior gabungannya adalah perkalian dari distribusi gamma dan dua distribusi beta yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \pi(\theta, p_1, p_2) &= \pi_1(\,\theta\,)\pi_2(p_1)\pi_3(p_2) \\ &= \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)\mathrm{B}(\alpha_i, \beta_i)} {p_i}^{\alpha_i - 1} {q_i}^{\beta_i - 1} \theta^{\alpha - 1} \exp(-\beta\theta) \end{aligned} \tag{5}$$

Diberikan sampel $(\tilde{x}, \tilde{z}_1, \tilde{z}_2)$, dimana t adalah ukuran sampel. Sehingga, fungsi log-likelihoodnya sebanding dengan:

$$\begin{aligned} l(\tilde{x}, \tilde{z}_1, \tilde{z}_2|\theta, p_1, p_2) &= \ln\left\{\prod_{i=1}^{t} f(x, z_1, z_2|\theta, p_1, p_2)\right\} \\ &= \bar{t}x \ln\theta + t\bar{x}\ln q_1 + t\bar{x}\ln q_2 - t\theta + t\bar{z}_1 \ln p_1 - t\bar{z}_1 \ln q_1 \\ &\quad - t\bar{z}_1 \ln q_2 + t\bar{z}_1 \ln p_2 - t\bar{z}_1 \ln q_2 \end{aligned} \tag{6}$$

dan distribusi posteriornya sebagai berikut:

$$\pi^*(\theta, p_1, p_2|\tilde{x}, \tilde{z}_1, \tilde{z}_2) = \frac{(\beta + t)^{\alpha + t\bar{x} - 1}}{\Gamma(\alpha + t\bar{x}) \cdot B(t\bar{z}_1 + \alpha_i, t(\bar{x} - \bar{z}_1 - (i - 1)\bar{z}_2) + \beta_i)}. \tag{7}$$

$$\theta^{\alpha+t\bar{x}-1}e^{-(\beta+t)\theta}\prod_{i=1}^{2}p_i^{\alpha_i+t\bar{z}_1-1}q_i^{\beta_i+t(\bar{x}-\bar{z}_1-(i-1)\bar{z}_2)-1}$$

dimana konstanta proporsionalitas tidak bergantung pada θ, p_1 dan p_2. Disini $\bar{x} = \left(\frac{1}{t}\right)\Sigma_{i=1}^{t}\bar{x}_i, \bar{z}_i = \left(\frac{1}{t}\right)\Sigma_{i=1}^{t}\bar{z}_i, i = 1{,}2$ adalah rata-rata sampel dari X, Z_1, dan Z_2.

Oleh karena itu, distribusi posterior adalah perkalian dari distribusi gamma dan dua beta, dengan parameter yang diperbarui adalah sebagai berikut:

$$\alpha^* = \alpha + t\bar{x} \tag{8}$$

$$\beta^* = \beta + t \tag{9}$$

$$\alpha_1^* = \alpha_1 + t\bar{z}_1 \tag{10}$$

$$\beta_1^* = \beta_1 + t(\bar{x} - \bar{z}_1) \tag{11}$$

$$\alpha_2^* = \alpha_2 + t\bar{z}_2 \tag{12}$$

$$\beta_2^* = \beta_2 + t(\bar{x} - \bar{z}_1 - \bar{z}_2) \tag{13}$$

2.3 Premi Bonus Malus

Menurut (Gómez-Déniz 2016), premi dapat diperoleh mengikuti perhitungan sebagai berikut:

$$g(x, z_1, z_2) = p_{z_2}z_2 + p_{z_1}z_1 + p_x(x - z_1 - z_2), \tag{14}$$

fungsi yang sesuai dari jumlah klaim dengan ukuran klaim di bawah $\varphi_1 > 0$, di antara φ_1 dan $\varphi_2 > 0$ dan di atas φ_2, di mana p_x, p_{z_1} dan p_{z_2} adalah bobot yang sesuai yang diberikan pada jumlah klaim dengan jenis ukuran yang berbeda dengan mengasumsikan $p_{z_2} > p_{z_1} > p_x$.

Dengan menggunakan prinsip premi bersih, yaitu fungsi kerugian kesalahan kuadrat, dan aljabar sederhana, diperoleh premi risiko adalah sebagai berikut:

$$P(\vartheta) = (q_1 p_{z_2} p_2 + p_1 p_{z_1} + q_1 q_2 p_x)\theta \tag{15}$$

Diketahui jika $p_{z_1} = p_{z_2} = p_x = 1$ maka premi risiko pada persamaan (15) menjadi $P(\theta) = \theta$, yaitu premi risiko yang diperoleh di bawah model tradisional (prinsip premi bersih yaitu premi hanya bergantung pada jumlah klaim, terlepas dari ukurannya).

Ini adalah premi yang wajar untuk dibebankan kepada pemegang polis jika θ, p_1 dan p_2 diketahui. Premi risiko adalah teori yang tidak dapat ditentukan secara pasti dan harus diestimasi dari data. Di sisi lain, premi priori diperoleh pemegang polis yang tidak diketahui apa-apa, yaitu premi rata-rata untuk semua kemungkinan premi risiko.

Selanjutnya premi apriori (kolektif) dapat dihitung sebagai berikut:

$$P = \int_0^\infty \int_0^1 \int_0^1 P(\vartheta)\pi(\vartheta)d\vartheta = \frac{\alpha}{\beta}\,\frac{p_{z_1}\alpha_1(\alpha_2 + \beta_2) + \beta_1(p_{z_2}\alpha_2 + p_x\beta_2)}{(\alpha_1 + \beta_1)(\alpha_2 + \beta_2)} \tag{16}$$

dengan memasukkan $p_{z_1} = p_{z_2} = p_x = 1$ pada persamaan (16) diperoleh premi kolektif yang dihitung berdasarkan model tradisional yaitu $P = \alpha/\beta$.

Premi Bayesian $P^*(t, x, z_1, z_2)$ dapat diturunkan dari persamaan (16) dengan mengganti parameter α, β, α_i, dan β_i $(i = 1{,}2)$ dengan parameter yang diperbarui yang ditampilkan pada persamaan (8)-(13).

Diketahui bahwa $P^*(0,0,0,0) = P$. Artinya, premi Bayesian bertepatan dengan premi priori ketika tidak ada informasi yang tersedia. Lebih lanjut, premi Bayesian dapat ditulis sebagai berikut:

$$P^*(x, z_1, z_2, t) = \frac{\alpha^*}{\beta^*} \frac{p_{z_1}\alpha_1{}^*(\alpha_2{}^* + \beta_2{}^*) + \beta_1{}^*\left(p_{z_2}\alpha_2^* + p_x\beta_2{}^*\right)}{(\alpha_1{}^* + \beta_1{}^*)(\alpha_2{}^* + \beta_2{}^*)}$$

$$P^* = \frac{\alpha+x}{\beta+t} \frac{p_{z_1}(\alpha_1+z_1)(\alpha_2+\beta_2+x-z_1)+(\beta_1+x-z_1)(p_{z_2}(\alpha_2+z_2)+p_x(\beta_2+x-z_1-z_2))}{(\alpha_1+\beta_1+x)(\alpha_2+\beta_2+x-z_1)} \tag{17}$$

dimana $x = t\bar{x}$ menyatakan semua klaim yang besar klaimnya dibawah nilai batas, $z_1 = t\bar{z}_1$ menyatakan semua klaim yang besar klaimnya berada diantara nilai batas, dan $z_2 = t\bar{z}_2$ menyatakan semua klaim yang besar klaimnya berada diatas nilai batas. Masing-masing $\bar{x}, \bar{z}_1$, dan $\bar{z}_2$ merupakan rata-rata sampel dari X, Z_1, dan Z_2.

Premi bonus malus Bayesian dapat diperoleh sebagai berikut (Gómez et al. 2002).

$$P^{**}(x, z_1, z_2, t) = \frac{P^*(x, z_1, z_2, t)}{P^*(0,0,0,0)} = \frac{P^*(x, z_1, z_2, t)}{P}$$

$$P^{**} = \frac{\alpha+x}{\beta+t} \frac{p_{z_1}(\alpha_1+z_1)(\alpha_2+\beta_2+x-z_1)+(\beta_1+x-z_1)(p_{z_2}(\alpha_2+z_2)+p_x(\beta_2+x-z_1-z_2))}{(\alpha_1+\beta_1+x)(\alpha_2+\beta_2+x-z_1)} \times \frac{\beta}{\alpha} \frac{(\alpha_1+\beta_1)(\alpha_2+\beta_2)}{p_{z_1}\alpha_1(\alpha_2+\beta_2)+\beta_1(p_{z_2}\alpha_2+p_x\beta_2)} \tag{18}$$

2.4 Penaksiran Parameter

Fungsi peluang trivariat X, Z_1, dan Z_2 dapat ditulis sebagai berikut (Casella 1985):

$$\begin{aligned} f(x, z_1, z_2) &= \int_0^\infty \int_0^1 \int_0^1 f(x, z_1, z_2|\vartheta)\pi(\vartheta)d\vartheta \\ &= \frac{1}{z_1!\, z_2!\, (x - z_1 - z_2)!} \mathcal{NB}\left(\alpha, \frac{\beta}{1+\beta}\right) \mathcal{BB}(\alpha_1 + z_1, \beta_1 + x \\ &\quad - z_1) \times \mathcal{BB}(\alpha_2 + z_2, \beta_2 + x - z_1 - z_2) \end{aligned} \tag{19}$$

dimana $\mathcal{NB}$ berdistribusi binomial negatif dan $\mathcal{BB}$ berdistribusi binomial-beta. Model trivariat ini dapat ditulis ulang dalam bentuk yang lebih ringkas yaitu sebagai berikut:

$$f(x, z_1, z_2) = \frac{\beta^\alpha \binom{x+\alpha-1}{x}\binom{z_1+\alpha_1-1}{z_1}\binom{z_2+\alpha_2-1}{z_2}\binom{x-z_1+\beta_1-1}{x-z_1}\binom{x-z_1-z_2+\beta_2-1}{x-z_1-z_2}}{(1+\beta)^{\alpha+x}\binom{x+\alpha_1+\beta_1-1}{x}\binom{x-z_1+\alpha_2+\beta_2-1}{x-z_1}} \tag{20}$$

Berdasarkan fungsi peluang trivariat tersebut terdapat 6 parameter yaitu $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, \beta, \beta_1, \beta_2$. Fungsi log-likelihoodnya dapat dibentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} l = {} & n\,\alpha \ln\beta + \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma(x_i + \alpha) + \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma\left(z_{1_i} + \alpha_1\right) + \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma\left(z_{2_i} + \alpha_2\right) \\ & + \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma\left(x_i - z_{1_i} + \beta_1\right) + \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma\left(x_i - z_{1_i} - z_{2_i} + \beta_2\right) + \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma(\alpha_1 + \beta_1) \\ & + \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma(\alpha_2 + \beta_2) - (\alpha + x_i)\ln(1+\beta) - \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma(\alpha) - \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma\left(z_{1_i} + 1\right) \\ & + \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma(\alpha_1) - \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma\left(z_{2_i} + 1\right) + \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma(\alpha_2) - \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma(\beta_1) \\ & - \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma\left(x_i - z_{1_i} - z_{2_i} + 1\right) + \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma(\beta_2) - \sum_{i=1}^{n} \ln\Gamma(x_i + \alpha_1 + \beta_1) \end{aligned} \tag{21}$$

$$-\sum_{i=1}^{n} \ln \Gamma \left(x_i - z_{1_i} + \alpha_2 + \beta_2 \right)$$

3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Perhitungan premi dilakukan dengan menggunakan metode multivariate credibility bonus malus premium pada data asuransi kendaraan bermotor comprehensive PT Z Indonesia tahun 2013 dimana Frekuensi klaim dimodelkan dengan distribusi binomial negatif dan data besar klaim dikategorikan menjadi tiga jenis yaitu besar klaim lebih besar, besar klaim lebih kecil, dan besar klaim diantara nilai batas tertentu. Besar klaim yang berada diantara nilai batas disimbolkan dengan (φ_1) dan besar klaim yang berada di atas nilai batas disimbolkan dengan (φ_2).

Dalam perhitungan premi bonus malus ini terdapat dua nilai batas yaitu nilai batas bawah sebesar Rp3.428.472 atau $\varphi_1 = 3.428.472$ yang diperoleh dari nilai rata-rata premi seluruh pemegang polis dan nilai batas atas sebesar Rp8.629.366 atau $\varphi_2 = 8.629.366$ yang diperoleh dari nilai rata-rata premi seluruh pemegang polis ditambah nilai standar deviasi dari premi seluruh pemegang. Sedangkan, nilai bobot untuk total jumlah klaim dengan besar klaimnya lebih kecil dari nilai batas yaitu $p_x = 0{,}25$, nilai bobot untuk total jumlah klaim dengan besar klaimnya diantara nilai batas yaitu $p_{z_1} = 0{,}50$, dan nilai bobot untuk total jumlah klaim dengan besar klaimnya lebih besar dari nilai batas yaitu $p_{z_2} = 0{,}75$.

Berdasarkan nilai batas tersebut, langkah selanjutnya menentukan nilai peubah acak Z_1 dan Z_2 untuk setiap pemegang polis. Kemudian membuat data multivariat yang berisi peubah acak X, Z_1, dan Z_2. Peubah acak X merupakan jumlah klaim atau frekuensi klaim yang diajukan oleh setiap pemegang polis, Z_1 adalah total jumlah klaim dengan besar klaim yang diajukan oleh setiap pemegang polis yang mengajukan klaim diantara Rp3.428.472 dan Rp Rp8.629.366 (antara $\varphi_1 > 3.428.472$ dan $\varphi_2 < 8.629.366$), dan Z_2 adalah total jumlah klaim dengan besar klaim yang diajukan oleh setiap pemegang polis yang mengajukan klaim lebih besar dari Rp8.629.366 $(\varphi_2 > 8.629.366)$. Tabel 1 menyajikan data multivariat yang berisi peubah acak X, Z_1, dan Z_2.

Tabel 1 Data Multivariat (X, Z_1, Z_2)

No Pemegang Polis	**X**	$\boldsymbol{Z_1}$	$\boldsymbol{Z_2}$
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮
24.871	1	1	0
24.872	1	0	0
24.873	1	0	1
24.874	1	0	1

Berdasarkan Tabel 1, pada data multivariat (X, Z_1, Z_2) terdapat 24.874 pemegang polis. Pemegang polis nomor 1, nomor 2, dan nomor 3 membentuk model trivariat (0,0,0), artinya tidak mengajukan klaim. Pemegang polis ke-17.909 membentuk model trivariat (1,1,0), artinya pemegang polis tersebut mengajukan satu kali klaim dengan besar klaim diantara Rp3.428.472 dan Rp8.629.366. Pemegang polis nomor 17.911 membentuk model trivariat (3,0,0), artinya pemegang polis tersebut mengajukan tiga kali klaim dimana dari ketiga klaim tersebut besar klaimnya kurang dari Rp3.428.472. Pemegang polis ke-24.874

membentuk model trivariat (1,0,1), artinya pemegang polis tersebut mengajukan satu kali klaim dengan nilai besar klaim lebih dari Rp8.629.366.

Berdasarkan data multivariat $(X,\ Z_1,Z_2)$ pada Tabel 1, langkah selanjutnya yaitu menghitung taksiran parameter untuk model peubah acak trivariat $(X,\ Z_1,Z_2))$ menggunakan software RStudio. Diperoleh nilai taksiran parameter untuk masing-masing parameternya adalah $\hat{\alpha} = 1{,}6095$, $\hat{\beta} = 4{,}3985$, $\hat{\alpha}_1 = 1{,}4614$, $\hat{\beta}_1 = 4{,}5272$, $\hat{\alpha}_2 = 1{,}4998$, dan $\hat{\beta}_2 = 1{,}4253$. Langkah selanjutnya yaitu menghitung premi bonus malus. Tabel 2 menyajikan hasil perhitungan premi bonus malus menggunakan Microsoft Excel 2016.

Tabel 2. Premi Bonus Malus

x	z 1	z 2	t						
			0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	1.000.000	814.764	687.428	594.514	523.726	468.002	422.995
1	0	0	-	1.186.386	1.000.971	865.678	762.603	681.462	615.928
1	1	0	-	1.319.177	1.113.008	962.572	847.960	757.737	684.868
1	0	1	-	1.450.024	1.223.406	1.058.048	932.068	832.896	752.798
2	0	0	-	1.520.716	1.283.050	1.109.630	977.508	873.502	789.499
2	1	0	-	1.662.148	1.402.378	1.212.830	1.068.420	954.741	862.926
2	2	0	-	1.822.833	1.537.950	1.330.078	1.171.707	1.047.038	946.347
2	0	1	-	1.820.958	1.536.368	1.328.710	1.170.502	1.045.961	945.374
2	1	1	-	1.981.166	1.671.538	1.445.609	1.273.483	1.137.985	1.028.548
2	0	2	-	2.121.201	1.789.687	1.547.790	1.363.497	1.218.421	1.101.249
3	0	0	-	1.833.358	1.546.830	1.337.757	1.178.473	1.053.084	951.811
3	1	0	-	1.983.092	1.673.163	1.447.015	1.274.721	1.139.091	1.029.548
3	2	0	-	2.143.613	1.808.597	1.564.143	1.377.903	1.231.295	1.112.884
3	0	1	-	2.160.008	1.822.429	1.576.106	1.388.441	1.240.712	1.121.396
3	3	0	-	2.325.986	1.962.467	1.697.216	1.495.131	1.336.050	1.207.565
3	1	1	-	2.323.858	1.960.672	1.695.663	1.493.763	1.334.828	1.206.461
3	0	2	-	2.486.657	2.098.028	1.814.454	1.598.410	1.428.340	1.290.980
3	2	1	-	2.505.688	2.114.084	1.828.341	1.610.643	1.439.271	1.300.860
3	1	2	-	2.664.624	2.248.181	1.944.312	1.712.806	1.530.564	1.383.374
3	0	3	-	2.813.307	2.373.627	2.052.803	1.808.379	1.615.968	1.460.564
4	0	0	-	2.132.026	1.798.821	1.555.688	1.370.455	1.224.639	1.106.869

x	z 1	z 2	t						
			0	1	2	3	4	5	6
4	1	0	-	2.289.305	1.931.519	1.670.451	1.471.553	1.314.980	1.188.522
4	2	0	-	2.453.280	2.069.867	1.790.099	1.576.955	1.409.168	1.273.652
4	0	1	-	2.478.748	2.091.355	1.808.683	1.593.326	1.423.797	1.286.874
4	3	0	-	2.629.068	2.218.182	1.918.368	1.689.951	1.510.141	1.364.914
4	1	1	-	2.647.022	2.233.329	1.931.468	1.701.491	1.520.453	1.374.235
4	4	0	-	2.828.785	2.386.686	2.064.097	1.818.328	1.624.859	1.468.600
4	2	1	-	2.826.455	2.384.720	2.062.397	1.816.830	1.623.520	1.467.390
4	0	2	-	2.825.471	2.383.890	2.061.678	1.816.198	1.622.955	1.466.879
4	1	2	-	3.004.738	2.535.140	2.192.485	1.931.430	1.725.926	1.559.948
4	3	1	-	3.025.579	2.552.724	2.207.692	1.944.826	1.737.897	1.570.768
4	0	3	-	3.172.193	2.676.424	2.314.673	2.039.069	1.822.113	1.646.885
4	2	2	-	3.199.630	2.699.573	2.334.694	2.056.705	1.837.873	1.661.129
4	1	3	-	3.362.455	2.836.951	2.453.503	2.161.368	1.931.399	1.745.662
4	0	4	-	3.518.915	2.968.959	2.567.668	2.261.940	2.021.271	1.826.890
5	0	0	-	2.421.076	2.042.696	1.766.601	1.556.255	1.390.670	1.256.933
5	1	0	-	2.585.071	2.181.061	1.886.265	1.661.670	1.484.869	1.342.073
5	2	0	-	2.753.523	2.323.187	2.009.180	1.769.950	1.581.628	1.429.527
5	0	1	-	2.783.626	2.348.585	2.031.145	1.789.300	1.598.919	1.445.155
5	3	0	-	2.929.147	2.471.363	2.137.328	1.882.840	1.682.507	1.520.704
5	1	1	-	2.956.425	2.494.377	2.157.233	1.900.374	1.698.175	1.534.866
5	4	0	-	3.117.423	2.630.214	2.274.709	2.003.863	1.790.653	1.618.450
5	2	1	-	3.136.652	2.646.438	2.288.740	2.016.223	1.801.698	1.628.433
5	0	2	-	3.146.176	2.654.473	2.295.689	2.022.345	1.807.168	1.633.378
5	5	0	-	3.331.329	2.810.689	2.430.791	2.141.360	1.913.520	1.729.502
5	3	1	-	3.328.833	2.808.583	2.428.970	2.139.756	1.912.087	1.728.206
5	1	2	-	3.327.779	2.807.694	2.428.200	2.139.078	1.911.481	1.727.659

x	z1	z2	t						
			0	1	2	3	4	5	6
5	0	3	-	3.508.726	2.960.362	2.560.234	2.255.391	2.015.418	1.821.600
5	2	2	-	3.519.781	2.969.689	2.568.300	2.262.497	2.021.768	1.827.340
5	4	1	-	3.542.103	2.988.522	2.584.587	2.276.845	2.034.589	1.838.928
5	1	3	-	3.699.132	3.121.010	2.699.168	2.377.783	2.124.788	1.920.452
5	3	2	-	3.728.519	3.145.804	2.720.611	2.396.672	2.141.667	1.935.709
5	0	4	-	3.871.276	3.266.251	2.824.778	2.488.436	2.223.667	2.009.823
5	2	3	-	3.902.910	3.292.941	2.847.860	2.508.770	2.241.838	2.026.246
5	1	4	-	4.070.486	3.434.327	2.970.136	2.616.487	2.338.094	2.113.245
5	0	5	-	4.233.827	3.572.139	3.089.322	2.721.481	2.431.917	2.198.045
6	0	0	-	2.703.187	2.280.717	1.972.451	1.737.594	1.552.715	1.403.394
6	1	0	-	2.873.123	2.424.095	2.096.449	1.846.828	1.650.327	1.491.619
6	2	0	-	3.046.182	2.570.107	2.222.726	1.958.069	1.749.732	1.581.464
6	0	1	-	3.078.565	2.597.429	2.246.355	1.978.885	1.768.332	1.598.276
6	3	0	-	3.223.943	2.720.086	2.352.434	2.072.333	1.851.838	1.673.751
6	1	1	-	3.255.709	2.746.888	2.375.613	2.092.753	1.870.085	1.690.243
6	4	0	-	3.409.272	2.876.451	2.487.664	2.191.462	1.958.291	1.769.967
6	2	1	-	3.438.058	2.900.738	2.508.668	2.209.965	1.974.826	1.784.912
6	0	2	-	3.453.942	2.914.140	2.520.259	2.220.176	1.983.950	1.793.159
6	5	0	-	3.607.953	3.044.081	2.632.637	2.319.173	2.072.414	1.873.115
6	3	1	-	3.628.245	3.061.202	2.647.444	2.332.217	2.084.070	1.883.650
6	1	2	-	3.638.295	3.069.681	2.654.777	2.338.677	2.089.842	1.888.868
6	6	0	-	3.833.680	3.234.530	2.797.344	2.464.269	2.202.072	1.990.304
6	4	1	-	3.831.046	3.232.308	2.795.423	2.462.576	2.200.559	1.988.937
6	2	2	-	3.829.934	3.231.369	2.794.611	2.461.861	2.199.920	1.988.359
6	0	3	-	3.829.320	3.230.851	2.794.163	2.461.466	2.199.567	1.988.041
6	1	3	-	4.020.881	3.392.474	2.933.941	2.584.601	2.309.600	2.087.492

x	z1	z2	t						
			0	1	2	3	4	5	6
6	3	2	-	4.032.547	3.402.317	2.942.453	2.592.100	2.316.301	2.093.549
6	5	1	-	4.056.102	3.422.190	2.959.640	2.607.241	2.329.831	2.105.777
6	0	4	-	4.204.697	3.547.563	3.068.067	2.702.757	2.415.185	2.182.923
6	2	3	-	4.221.810	3.562.001	3.080.554	2.713.757	2.425.014	2.191.807
6	4	2	-	4.252.820	3.588.164	3.103.181	2.733.690	2.442.827	2.207.906
6	1	4	-	4.403.467	3.715.267	3.213.104	2.830.525	2.529.358	2.286.116
6	3	3	-	4.436.849	3.743.432	3.237.463	2.851.983	2.548.533	2.303.447
6	0	5	-	4.580.075	3.864.274	3.341.971	2.944.048	2.630.802	2.377.805
6	2	4	-	4.613.686	3.892.632	3.366.496	2.965.653	2.650.108	2.395.254
6	1	5	-	4.786.053	4.038.060	3.492.268	3.076.449	2.749.116	2.484.741
6	0	6	-	4.955.453	4.180.985	3.615.875	3.185.338	2.846.420	2.572.687

Berdasarkan Tabel 2 mengenai premi bonus malus, pada t=0 atau kasus awal sistem, besaran premi ditetapkan sama dengan Rp1.000.000. Apabila sampai akhir masa asuransinya pemegang polis tidak mengajukan klaim dan pemegang polis tersebut memperpanjang produk asuransinya, maka pemegang polis tersebut akan mendapatkan bonus berupa penurunan premi yang harus dibayarkan pada periode asuransi berikutnya, dengan demikian premi yang harus dibayar adalah Rp814.764. Akan tetapi, apabila sampai akhir masa asuransinya pemegang polis mengajukan klaim dan kemudian pemegang polis tersebut memperpanjang produk asuransinya, maka pemegang polis tersebut akan dikenakan sanksi yang disebut malus berupa peningkatan premi yang harus dibayarkan pada periode asuransi berikutnya.

Sebagai contoh, untuk kasus (1,0,0) yang artinya sampai akhir tahun pertama masa asuransinya pemegang polis melakukan satu kali klaim dengan besar klaim yang diajukan kurang dari Rp3.428.472, maka premi yang harus dibayar adalah Rp1.186.386. Jika besar klaim yang diajukan diantara Rp3.428.472 – Rp8.629.366 atau kasus (1,1,0), maka premi yang harus dibayar adalah Rp1.319.177. Jika besar klaim yang diajukan lebih dari Rp8.629.366 atau kasus (1,0,1), maka premi yang harus dibayar adalah Rp1.450.024. Besar premi bonus malus untuk setiap kasus model trivariat lainnya dapat dijelaskan dengan cara yang sama seperti di atas.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan penerapan metode multivariate credibility bonus malus premium pada data asuransi kendaraan bermotor comprehensive PT Z Indonesia tahun 2013 diperoleh hasil bahwa semakin banyak jumlah klaim yang diajukan seorang pemegang polis, maka akan semakin besar premi yang harus dibayarkan oleh pemegang polis tersebut. Selain itu, semakin meningkat kategori besar klaimnya, maka premi yang harus dibayar pemegang polis akan semakin besar.

5. DAFTAR PUSTAKA

Adisti, Rillifa Iris, and Aceng Komarudin Mutaqin. 2021. "Perhitungan Premi Murni Pada Sistem Bonus Malus Untuk Frekuensi Klaim Berdistribusi Binomial Negatif Dan Besar Klaim Berdistribusi Weibull Pada Data Asuransi Kendaraan Bermotor Di Indonesia." *Jurnal Gaussian* 10(2):170–79. doi: 10.14710/j.gauss.v10i2.30084.

Casella, George. 1985. "An Introduction to Empirical Bayes Data Analysis." *American Statistician* 39(2):83–87. doi: 10.1080/00031305.1985.10479400.

Gómez-Déniz, E. 2016. "Bivariate Credibility Bonus-Malus Premiums Distinguishing between Two Types of Claims." *Insurance: Mathematics and Economics* 70:117–24. doi: 10.1016/j.insmatheco.2016.06.009.

Gómez-Déniz, Emilio, and Enrique Calderín-Ojeda. 2018. "Multivariate Credibility in Bonus-Malus Systems Distinguishing between Different Types of Claims." *Risks* 6(2):1–11. doi: 10.3390/risks6020034.

Gómez, E., A. Hernández, J. M. Pérez, and F. J. Vázquez-Polo. 2002. "Measuring Sensitivity in a Bonus-Malus System." *Insurance: Mathematics and Economics* 31(1):105–13. doi: 10.1016/S0167-6687(02)00125-7.

Lemaire, By Jean. 2004. "Bonus-Malus Systems." 6218:1–10.

Mert, Mehmet, and Yasemin Saykan. 2005. "On a Bonus-Malus System Where the Claim Frequency Distribution Is Geometric and the Claim Severity Distribution Is Pareto." *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics* 34(1):75–81.